

Fundamentele Inteligenței Artificiale – Complemente

HN Teodorescu
Iași 2016

© HN Teodorescu 2012-2016

Acest material completează cele două volume anterior publicate pentru
uzul studenților:

Teodorescu, HN, Zbancioc, M., Voroneanu, O., Sisteme bazate pe cunoștințe.
Aplicații, Ed. Performantica, Iași, 2004, ISBN-973-730-014-9

Teodorescu, H.N., "Sisteme nuanțate (fuzzy) și soft-computing - Compendium",
Editura Politehnică, Iași 2007, pp. 128, ISBN 978-973-621-201-7

*

* *

Materialul este destinat studenților de la disciplina de **Fundamentele
Inteligenței Artificiale** (sau cursuri similare). Volumul are caracter pur didactic și
include atât explicații teoretice cât și exerciții și întrebări propuse de autor pentru a
stimula înțelegerea și învățarea subiectului.

Materia efectiv predată de autor într-un anume an școlar nu include neapărat
toate elementele din cele două volume de mai sus și din prezentul volum electronic.

© HN Teodorescu 2012-2016

Observații privind examinările

Candidații la examen iau la cunoștință că utilizarea sau deținerea asupra lor în timpul examenului a oricăror mijloace de stocare sau manipulare a informației, sau de comunicare nu este permisă și că, din momentul primirii subiectelor și până la părăsirea sălii de examen, nici o discuție cu colegii de examen nu este permisă.

Nerespectarea acestor condiții și/sau a procedurilor de examen conduce imediat la anularea necondiționată a tezei și a examenului respectivei/ului candidat(e).

Subiecte teoretice generale (corespunzând materiei tipice de curs)

- Conceptul de mulțime fuzzy, funcție de apartenență; tipuri uzuale de funcții de apartenență
- Operații cu mulțimi fuzzy, ca în exemplul:

$$\min(\max_{x \in U} \mu_{A \cap \neg A}(x), \min \mu_{A \cup \neg A}(x)) =? \quad \forall \tilde{A}$$

- Logica fuzzy, logica binară și cea probabilistă; comparație;
- Logici multivalente; exemple; constructive de exemple;
- Reguli *Dacă – Atunci (If Then)* și sisteme de reguli *If - Then*
- Interpretarea în logica fuzzy a sistemelor de reguli
- Reguli & Sisteme – noi exemple / modele pentru diodă, pendul invers, mașină de spălat
- Sisteme de control – exemple pentru pendul invers, mașina de spălat
- Filtru fuzzy de imagine
- Defuzzificare, comparare cu probabilități
- Diverse exemple cu funcții de apartenență diferite și defuzzificatori diferiți
- Sisteme Sugeno / TSK - Exemple
- Defuzzificare
- Sisteme Mamdani
- Interpolări cu sisteme fuzzy
- Funcții in-out pentru sisteme Sugeno; teoreme de aproximator universal
- RN; comparare cu sisteme fuzzy
- Metode de optimizare
- GA și aplicații la sisteme fuzzy – explicație algoritm, mod de aplicare
- Automate celulare: definiții, exemple, proprietăți generale, aplicații
- Descrieți ceva interesant întâlnit în realizarea proiectului

Definiții și rezultate (proprietăți) esențiale

Logica vagă / nuanțată¹ (fuzzy) folosește operatorii:

SI definit prin $\min(\theta(p), \theta(q))$

SAU definit prin $\max(\theta(p), \theta(q))$.

Negata este $\theta(\text{non} - p) = 1 - \theta(p)$.

Mai sus, $\theta(p)$ reprezintă valoarea de adevăr a propoziției respective.

În teoria mulțimilor vagi (fuzzy), intersecția (x aparține și lui A și lui B) se definește prin

$$\min(\mu_A(x), \mu_B(x))$$

iar reuniunea prin

$$\max(\mu_A(x), \mu_B(x)).$$

Complementul mulțimii este

$$\mu_{\text{Complement}}(x) = 1 - \mu_A(x)$$

Acești operatori logici corespund lecțiilor fuzzy 'tipice' introduse de Lotfi A. Zadeh în 1965, adesea numita „max-min”

Exemplu de logici multivalente. Pentru p, q propoziții

$$\theta(p) \in \{0, \frac{1}{2}, 1\}$$

operatorul SI

p \ q	0	$\frac{1}{2}$	1
0	0	0	0
$\frac{1}{2}$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$
1	0	$\frac{1}{2}$	1

operatorul SAU

p \ q	0	$\frac{1}{2}$	1
0	0	$\frac{1}{2}$	1
$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	1

¹ Denumirea de logică nuanțată a fost propusă de Grigore C. Moisil.

1	1	1	1
---	---	---	---

Negația este definită prin $\theta(non - p) = 1 - \theta(p)$.

Condiții necesar a fi satisfăcute:

$$\theta(p \text{ SI } q) \leq \theta(p \text{ SAU } q) \forall p, q$$

precum și monotonia operatorilor:

$$\theta(p_1 \text{ SI } q) \leq \theta(p_2 \text{ SI } q) \forall p_1, p_2 : \theta(p_1) \leq \theta(p_2)$$

$$\theta(p_1 \text{ SAU } q) \leq \theta(p_2 \text{ SAU } q) \forall p_1, p_2 : \theta(p_1) \leq \theta(p_2)$$

Logici infinit-valente: $\theta(p) \in [0,1]$, cu operatorii SI, SAU, negație ca mai sus.

Funcții tipice de apartenență: triunghiulare (isoscele, dreptunghice), trapezoidale, Gauss, „trece-sus”, „trece-jos”. Funcții triunghiulare isoscele, dreptunghiulare, oarecare:

$$\mu(x) = \begin{cases} \frac{x-a}{b} & \text{pentru } x \in [a, a+b] \\ 1 - \frac{x-a-b}{b} & \text{pentru } x \in [a+b, a+2b] \\ 0 & \text{in rest} \end{cases}$$

Pentru triunghi isoscel, unde b este semi-baza triunghiului isoscel.

$$\mu(x) = \begin{cases} \frac{x-a}{b} & \text{pentru } x \in [a, a+b] \\ 0 & \text{in rest} \end{cases}$$

Pentru triunghi dreptunghic orientat la stânga, unde b este baza triunghiului.

$$\mu(x) = \begin{cases} 1 - \frac{x-a}{b} & \text{pentru } x \in [a, a+b] \\ 0 & \text{in rest} \end{cases}$$

Pentru triunghi dreptunghic orientat la dreapta.

$$\mu(x) = \begin{cases} \frac{x-a}{b} & \text{pentru } x \in [a, a+b] \\ 1 - \frac{x-a-b}{b} & \text{pentru } x \in [a+b, a+2b] \\ 0 & \text{in rest} \end{cases}$$

Pentru triunghi oarecare cu vârfurile de abscise $a_1 \leq a_2 \leq a_3$:

$$\mu(x) = \begin{cases} \frac{x - a_1}{a_2 - a_1} & \text{pentru } x \in [a_1, a_2] \\ 1 - \frac{x - a_2}{a_3 - a_2} & \text{pentru } x \in [a_2, a_3] \\ 0 & \text{in rest} \end{cases}$$

Logica fuzzy ‘max-produs’ folosește operatorii:

SI definit prin $\theta(p) \times \theta(q)$

SAU definit prin $\max(\theta(p), \theta(q))$.

Regula este o inferență elementară de tip implicație (cauză-efect):

DACA	<i>X este A</i>	ATUNCI	<i>Y este B</i>
	premise		Consecința (concluzie)

O regula poate avea una sau mai multe premise conectate logic (adică folosind conectivii SI, SAU):

DACA X e A și Y e B atunci Z e C.

Sistemele MAMDANI sunt sisteme definite prin sisteme (seturi) de reguli ca cele de mai sus, unde A, B, C sunt propoziții / mulțimi fuzzy.

În nici o logică intuitiv corectă concluzia nu poate avea un grad de adevăr mai mare decât premisa, dacă ultima nu este absolut falsă (grad de adevăr nul). În cazul logicii fuzzy, regula (implicația)

DACA X este A ATUNCI Y este B

sau

$X \text{ este } A \Rightarrow Y \text{ este } B$

unde A și B au atașate funcțiile de apartenență $\mu_A(x)$, $\mu_B(y)$. Pentru o valoare x_0 a lui X, Y va avea o funcție de apartenență dată de

$$\mu_Y(y, x_0) = \min(\mu_A(x_0), \mu_B(y))$$

Deci pentru o regulă cu o singură premisă și o singură concluzie, în logica min-max, unde concluzia are atașată funcția de apartenență $\mu_B(y)$, concluzia are gradul de



adevăr (funcția de apartenență) rezultată pe baza ,trunchierii' cu gradul de adevăr al premisei, pentru o valoare a variabilei de intrare dată, x_0 .

În cazul mai multor variabile de intrare, pentru valori de intrare $x_0, y_0, \dots$, premisa compusă are gradul de adevăr

$$\min(\mu_A(x_0), \mu_B(y_0), \dots)$$

Iar concluzia va avea gradul de adevăr (funcția de apartenență)

$$\mu_Z(z; x_0, y_0, \dots) = \min(\min(\mu_A(x_0), \mu_B(y_0), \dots); \mu_Z(z))$$

Când se aplică un sistem de reguli, fiecare cu una sau mai multe premise, setul de reguli se consideră concatenat prin SAU. Ca urmare, funcția de apartenență de ieșire cu numărul de ordine k , produsă de regulile cu numerele j , va fi data de:

$$\mu_{Z_k}(z; x_0, y_0, \dots) = \max_j \left(\min \left(\min(\mu_{A_j}(x_0), \mu_{B_j}(y_0), \dots); \mu_{Z_k}(z) \right) \right)$$

unde maximul se ia după toate valorile indicelui j pentru care în consecință (concluzia) regulilor apare Z_k , iar $A_j, B_j, \dots$ sunt funcțiile de apartenență de intrare din premisele acelor reguli.

Sisteme Sugeno (TSK) și Mamdani

Regulile folosite în cazul sistemelor Sugeno (TSK) au concluzii numerice și sunt de forma (pentru sisteme TSK de ordin 0):

$$X \text{ este } A \Rightarrow Y \text{ este } \alpha \in R.$$

Centrul de greutate (c.o.g.) al unei funcții de apartenență oarecare se obține prin expresia cunoscută din fizica elementară

$$c. o. g. = \frac{\int_{-\infty}^{\infty} x \mu(x) dx}{\int_{-\infty}^{\infty} \mu(x) dx}.$$

În cazul sistemelor Sugeno (TSK) cu o singură variabilă de intrare, centrul de greutate devine, pentru o valoare de intrare x_0 :

$$c. o. g. (x_0) = \frac{\sum_{j=1}^n \beta_j \mu_j(x_0)}{\sum_{j=1}^n \mu_j(x_0)}.$$

Din cele de mai sus rezultă evident că:

Proprietate. Sistemele TSK (și cele Mamdani) sunt sisteme neliniare, care au funcția de intrare – ieșire definită pe porțiuni.

Un caz particular este cel al sistemelor Sugeno cu funcții de apartenență de intrare triunghiulare sau trapezoidale. Dacă acestea sunt isoscele și se suprapun (precis) două câte două, atunci expresia *c. o. g.* $(x_0) = \frac{\sum_{j=1}^n \beta_j \mu_j(x_0)}{\sum_{j=1}^n \mu_j(x_0)}$ arată că funcția de intrare – ieșire devine liniară pe porțiuni.

Proprietate. Funcția intrare - ieșire pentru un sistem TSK ce are funcții de apartenență de intrare triunghiulare isoscele care se suprapun (pentru fiecare variabilă) exact două câte două trece exact prin punctele

$$(x_i, y_j, \dots, z_k)$$

unde x_i sunt vârfurile (apexurile) triunghiurilor aferente primei variabile de intrare, y_j pentru a doua variabilă, ..., iar z_k sunt vârfurile triunghiurilor aferente variabilei de ieșire.

Consecința. Un sistem TSK de tipul de mai sus este un interpolator exact pentru o curbă (suprafață) ce trece prin punctele respective.

Proprietate. Un sistem fuzzy cu defuzzificare poate aproxima oricât de bine orice funcție continuă, pe un interval mărginit.

Proprietatea spune, echivalent, ca sistemele fuzzy cu defuzzificare sunt aproximatori universali, în sensul că, pentru orice funcție continuă pe un interval mărginit, există un sistem fuzzy care să aproximeze funcția cu o eroare oricât de mică dorim.

Proprietatea este valabilă atât pentru sisteme TSK / Sugeno, cât și pentru sisteme Mamdani.

Exercițiu. Încercați să schițați demonstrația celor de mai sus.

Rețele neuronale

Un neuron este un element neliniar caracterizat de mai multe intrări, x_i , fiecare cu o pondere w_i , o ieșire, y , precum și o funcție intrare-ieșire de forma

$$y = f\left(\sum_{i=1}^n w_i x_i\right)$$

Funcția neliniară tipică este cea sigmoidală, care are forma

$$f(x) = a + \frac{b}{c + e^{-d(x-x_0)}}, a, b, c, d \in R$$

Cel mai frecvent sunt utilizate formele

$$f(x) = -\frac{1}{2} + \frac{1}{1 + e^{-x}}, \quad f(x) \in \left(-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right),$$

pentru care $f(x) = 0$ si

$$f(x) = \frac{1}{1 + e^{-x}}, \quad f(x) \in (0,1), \quad f(0) = \frac{1}{2}.$$

Pentru mai multe „straturi” de neuroni într-o rețea cu conexiuni exclusiv de la un strat la următorul, neuronul cu indice j de pe stratul k produce la ieșire

$$y_j^{[k]} = f\left(\sum_{i=1}^{n_{k-1}} w_{ij}^{[k]} y_i^{[k-1]}\right)$$

unde notațiile semnifică:

- $y_j^{[k]}$ este ieșirea neuronului cu indice j de pe stratul k
- $y_i^{[k-1]}$ este ieșirea neuronului cu indice i de pe stratul $k - 1$
- $w_{ij}^{[k]}$ este ponderea între intrarea neuronului j de pe stratul k și ieșirea neuronului i de pe stratul anterior
- Iar n_{k-1} este numărul de neuroni de pe stratul $k - 1$.

Proprietate. O rețea neuronală poate aproxima oricât de bine orice funcție continuă, pe un interval mărginit.

Proprietatea spune, echivalent, ca RN sunt aproximatori universali; adică, pentru orice funcție continuă pe un interval mărginit, există o RN care să o aproximeze cu o eroare oricât de mică dorim.

Coroborată cu o proprietate enunțată pentru sisteme fuzzy, cea de mai sus spune:

Proprietate. Rețelele neuronale și sistemele fuzzy au o putere egală de aproximare (sunt aproximatori universali), deci sunt în principiu echivalente în sistemele de control, recunoaștere automată, sisteme de regăsire de cunoștințe / informații etc.

Automate celulare (CA, *cellular automata*)

Un automat celular (concept introdus de von Neumann) n -dimensional este o rețea de elemente („celule”) dispuse conform unei rețele ortogonale în spațiul n -dimensional, conectate între ele conform unei „vecinătăți” prestabilite și având o funcție de tranziție a stării precizată pentru fiecare celulă. Există numeroase clase de automate celulare, diferind prin elementele din definiția generală de mai sus.

Cazul cel mai simplu și uzual este al CA 1D (unu-dimensional), în care celulele se află (imaginar) pe o linie, vecinătatea este de ordinul 3 (include 3 celule: celula considerată, plus celulele vecine imediat de la dreapta și stânga), stările sunt doar 0 și 1, iar funcția de transfer a stării este o funcție logică.

Exemplu:

$$x_k[n+1] = x_{k-1}[n] \otimes x_k[n] \otimes x_{k+1}[n]$$

Unde $x_k[n+1]$ este starea celulei numărul k la momentul de timp $n+1$, iar celelalte notații sunt evidente.

Proprietate. Automatele celulare pot implementa mașini Turing.

Proprietatea spune că există automate celulare care sunt la fel de puternice ca o mașină Turing (un calculator tipic).

Automatele celulare utilizabile au un număr finit de celule; ca urmare, în topologia liniară trebuie specificate condițiile de capăt (frontieră). Tipic, CA au condiții fixe la capete, de exemplu valoarea fixă „0”. În altă variantă de CA 1D, în loc de topologie liniară, se folosește topologia circulară (în inel); în acest caz nu este necesar să se precizeze condiții de capăt (deoarece nu există frontieră).

Exemple de articole pentru studiul individual, pentru tema de casă (cu explicații la curs)

1. Temperature Control Using Fuzzy Logic

By Lionel Picandet

APPLICATION NOTE, 1994 SGS-THOMSON Microelectronics

<http://rbsfm.org/Downloads/APPNOTE/Fuzzy/2498.PDF>

2. Air Flow Control Using Fuzzy Logic

Author: Robert Schreiber

Microchip Technology Inc. "(PIC16C5X, PIC16CXXX and PIC17CXX) is included in the fuzzyTECH 0-MP development kit. The template shown in Appendix B is for the PIC16CXXX family." <http://ww1.microchip.com/downloads/en/AppNotes/00600b.pdf>

3. Fuzzy Logic Motor Control with MSP430x14x

Andreas Dannenberg, Courtesy of: Dr. Odry Peter, Diveki Szabolcs, Csasznyi Andor, Burany Nandor... MSP430

Application Report, SLAA235–February 2005, SLAA235–February 2005, Texas Instruments. <http://www.ti.com/lit/an/slaa235/slaa235.pdf>

Tema : RECENZIA UNEI LUCRARI PE DOMENIU (ca pregătire pentru referințe la proiect)

- Ce e o recenzie, cum se judecă o lucrare:
 - o Conținut st:
 - corectitudine,
 - noutate,
 - importanta contribuției;
 - comparative cu alte rezultate similare din literatură – cum se plasează – care e avantajul abordării / soluției propuse.
 - o Organizare, „fir roșu” al desfășurării ideilor, argumentației
 - o Stilul prezentării

- Calitatea referințelor: sunt referințele semnificative pentru subiectul tratat ? reflectă ele suficient stadiul actual ?
- Suportul grafic al prezentării este util? Este bine realizat, inclusiv explicarea mărimilor din grafice și figuri, legenda este utilă?
- Concluziile se referă la ceea ce aduce nou lucrarea și la rezultatele prezentate ?
- Rezumatul și cuvintele cheie sunt informative?
- Prezentarea este ușor de urmărit? Este concisă? Sunt aspecte de verbozitate în prezentare?

BIBLIOGRAFIE (EXEMPLE) PENTRU TEMA: recenzie la o lucrare

1. Washing machine:

<http://www.cs.gsu.edu/~cscyzq/courses/ci/wash%20machine/fuzzy%20wash%20machine.pdf> ++

<http://www.electronicsforu.com/EFYLinux/efyhome/cover/dec2003/Buyers-washing.pdf> ++

<http://www.godrejappliances.com/godrej/godrejappliances/product.aspx?id=6&menuid=346&catid=93&productid=726&subcatid=0&subsubcatid=0> ++

<http://www.godrejappliances.com/godrej/godrejappliances/product.aspx?id=6&menuid=346&catid=93&productid=3024&subcatid=115&subsubcatid=408>

2. **Crane** http://www.ijareeie.com/upload/2014/may/200_PositionControl.pdf

3. **Crane** https://bib.irb.hr/datoteka/248540.MIPRO_FuzzySPG_V4.pdf

4. **Sensor Fusion Using Fuzzy Logic Enhanced Kalman Filter For Autonomous Vehicle Guidance** In Citrus Groves, V. Subramanian, T.F. Burks, W. E. Dixon - <http://ncr.mae.ufl.edu/papers/ASABE09.pdf>

Exerciții și întrebări

1. Definiți complet o logică trivalentă. Explicați proprietățile uzual cerute pentru operatorii SI și SAU.
2. Definiți complet o logică 4-valentă. Ce valori iau în logica definită $\theta(p \wedge \neg p)$, unde p este o propoziție oarecare ? Ce valoare maximă pentru $\theta(p \wedge \neg p)$ se obține?
3. Repetați pentru $\theta(p \vee \neg p)$. Ce valoare minimă se obține?
4. Definiți operatorii logici în logica fuzzy (*min-max*). Comparați cu logica binară și cu expresiile pentru evenimente aleatoare (probabilități).
5. Definiți (alegere liber) două funcții de apartenență triunghiulare isoscele scriind expresiile lor. Determinați expresiile funcțiilor de apartenență ale (a) negatei primei; (b) reuniunii celor două definite anterior; (c) faceți graficul tuturor acestor funcții.
6. Ca mai sus, dar folosind funcții Gauss de apartenență.
7. Definiți la alegere două funcții de apartenență trapezoidale scriind expresiile lor. Determinați expresiile funcțiilor de apartenență ale (a) negatei primei; (b) reuniunii celor două definite de Dvs. (c) faceți graficul tuturor acestor funcții.
8. Definiți operatorii de negație, intersecție și reuniune în logica fuzzy *max-produs*. Comparați cu logica binară și cu expresiile pentru evenimente aleatoare (probabilități).
9. Definiți la alegere două funcții de apartenență de tip *trece sus* respectiv *trece jos*, scriind expresiile lor. Determinați expresiile funcțiilor de apartenență ale (a) negatei primei; (b) reuniunii celor două definite anterior. (c) faceți graficul tuturor acestor funcții.
10. Ca mai sus, dar folosind funcții sigmoide de apartenență.
11. Demonstrați ca pentru orice funcție de apartenență A sunt adevărate în logica fuzzy *max-produs* inegalitățile:

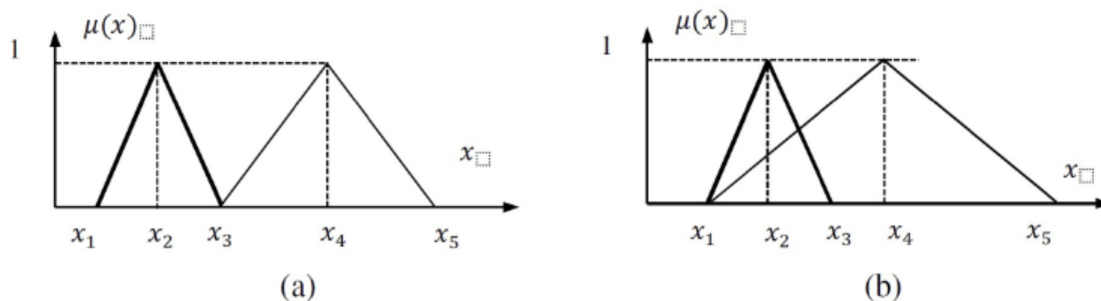
$$\mu_{A \cup \neg A}(x) \geq 0.5 \quad \forall x$$

$$\mu_{A \cap \neg A}(x) \leq 0.5 \quad \forall x$$

Ce valoare are $\max \mu_{A \cup \neg A}(x)$?

12. Sunt valabile cele două inegalități de mai sus și în logica *min-max*? Demonstrați afirmația. Comparați cu logica binară: se păstrează inegalitățile și în aceasta logică?
13. Definiți un sistem fuzzy de tip Sugeno cu trei funcții de apartenență la intrare și explicați (cu text și formule, eventual și grafice) cum obțineți expresia valorii de ieșire din sistem.
14. Ca mai sus, dar folosind un sistem de tip Mamdani.
15. Explicați funcționarea unei rețele neuronale multistrat (ecuații generale).
16. Variantă: Explicați funcționarea unei rețele neuronale cu trei straturi (ecuații particularizate).
17. Explicați algoritmi de adaptare și utilizări ale lor.
18. Definiți un sistem fuzzy de tip Sugeno cu patru funcții de apartenență la intrare și explicați (cu text și formule, eventual și grafice) cum obțineți expresia valorii de ieșire din sistem.
19. Explicați algoritmi de adaptare genetici sau de tip Monte-Carlo, eventual comparativ.
20. Se dau funcțiile de apartenență $A = \{1,2,3,4\}$ și $B = \{3,4,5\}$. A) Să se scrie expresia (ecuația) lor. B) Să se scrie expresia intersecției lor, $\mu_{A \cap B}(x)$. C) Să se deseneze graficul reuniunii lor. D) Este adevărat că pentru mulțimea A, $\max(\mu_{A \cap \neg A}(x)) \leq 0.5 \quad \forall x$? Justificați.
21. Scrieți formulele pentru defuzzificarea prin metoda c.o.g. b) Explicați, pentru reuniunea mulțimilor de la problema 1, cum s-ar putea aplica metoda de defuzzificare c.o.g. și metoda înălțimii maxime.
22. Descrieți cât mai în detaliu (chiar dacă nu rețineți toate amănuntele) sistemul folosit în proiect.

23. Explicați structura unei RN multistrat și ecuațiile ieșirii ca funcție de valoarea de intrare.
24. Explicați cum ați aplica GA la o optimizare a unei RN, sau la optimizarea sistemului fuzzy folosit în proiect.
25. Explicați ce sunt și cum sunt utilizați aproximatorii și/sau interpolatorii cu sisteme fuzzy.
26. Fig. de mai jos (din H.N.L. Teodorescu, On the Characteristic Functions of Fuzzy Systems, INT J COMPUT COMMUN, ISSN 1841-9836, 8(3):469-476, June, 2013) reprezintă posibile alegeri de funcții de apartenență de intrare la un sistem TSK. Explicați care alegere nu este corectă și de ce.



27. In [On Fuzzy Sequences, Fixed Points and Periodicity in Iterated Fuzzy Maps, HN Teodorescu, International Journal Of Computers Communications & Control, Vol. 6, nr 4, pp. 752-763 DEC 2011] se dă următoarea expresie:

$$\mu_0(x) = \begin{matrix} x^2 & x & [0 \ 1] \\ 0 & elsewhere \end{matrix}$$

Este aceasta o expresie validă pentru o funcție de apartenență? Justificați.

28. Să se deseneze graficele și să se scrie ecuațiile de definiție corespunzătoare pentru două funcții de apartenență trapezoidale [VARIANTA: triunghiulare] și să se deseneze și scrie ecuațiile funcției de apartenență pentru a) intersecția lor; b) reuniunea lor. c) Să se determine pentru rezultat (intersecție / reuniune) valoarea funcției în punctul aflat la distanța de $\frac{1}{4}$ [V 2: $\frac{1}{2}$] din baza mare a trapezului primei funcții, față de punctul din stânga în care funcția de apartenență rezultată devine nenulă.

29. Să se exemplifice, folosind în premise funcțiile de apartenență trapezoidale **[V 2: triunghiulare]** de mai sus, o regulă „dacă-atunci” cu două premise și o concluzie, concluziei corespunzându-i o funcție de apartenență triunghiulară. Pentru punctul de la subpunctul c) de la problema anterioară, considerat ca valoare de intrare pentru ambele premise, folosind eventual rezultate deja obținute, să se determine valoarea de trunchiere a funcției de apartenență de ieșire. Soluție analitică și grafică.
30. Scrieți și comparați definițiile analitice ale defuzzificării prin metoda centrului de greutate la sistemele vagi tip Sugeno și respectiv tip Mamdani. Pe baza și a lucrului la proiect, comparați computațional și comentați (ca efort de calcul) cele două clase de sisteme.
31. Descrieți grafic (funcții de apartenență, eventual aplicarea de reguli) și prin tabel de reguli (aproximativ) sistemul dezvoltat în cadrul proiectului. În câteva rânduri, explicați modul cum ați ales funcțiile de apartenență de intrare și de ieșire, eventual cu un comentariu bazat pe un studiul de caz realizat la proiect. Scrieți definițiile analitice ale defuzzificării. Precizați titlul proiectului realizat.
32. A) În nu mai mult de 1/2 pagină, explicați cum se determină analitic funcția de intrare-ieșire pentru un sistem tip Sugeno **[V 2: Mamdani]** cu funcțiile de apartenență de intrare triunghiulare, simetrice sau nu. B) Ce tip de funcție de intrare - ieșire are un sistem de tip Mamdani **[V 2: Sugeno]** cu funcțiile de apartenență de intrare și ieșire triunghiulare?
33. A) Să se deseneze o rețea neuronală cu trei straturi, cu trei neuroni pe primul strat, 2 pe al doilea și unul singur pe al treilea strat. Notați cu x_1, x_2, x_3 cele trei intrări în rețea, cu u_1, u_2, u_3 ieșirile neuronilor de pe primul strat, cu v_1, v_2 ieșirile neuronilor de pe al doilea strat și cu y ieșirea ultimului neuron. Notați cu f funcția (de activare) realizată de neuroni. Scrieți expresia pentru u_1 , notând corespunzător ponderile. B) Scrieți expresia unei funcții sigmoidale elementare **[V 2: generale, cu parametri]**. C) Scrieți (preferabil matricial) expresia lui y . D) Funcția de intrare –ieșire a rețelei are poli ? **[V 2: zerouri?]**

34. Desenați structura unui filtru neuronal nerecursiv. Demonstrați că un asemenea filtru este o generalizare a filtrului digital liniar nerecursiv. Astfel de filtre pot avea zerouri ? Dar puncte fixe ? (Justificați.)
35. Explicați de ce sistemele Sugeno sunt un caz particular al sistemelor Mamdani (sunt sisteme Mamdani simplificate).
36. Arătați constructiv (adică, arătați că + cum) un sistem TSK poate constitui un interpolator exact (printr-un număr finit de puncte) pentru o funcție dată.
37. Idem, pentru sisteme de tip Mamdani.
38. Idem, pentru rețele neuronale.
39. Considerați relația din electricitate $P = U \times I$. Folosiți câte cinci funcții de apartenență pentru tensiunea U , de exemplu: foarte mic, mic, aproximativ zero, mare, foarte mare. La fel pentru curent și apoi alegeți șapte funcții pentru putere. Exprimați prin reguli și variabile lingvistice expresia $P = U \times I$. Particularizați pentru puterea pe o diodă de mică putere, de exemplu BAT20J (v. <http://www.st.com/st-web-ui/static/active/en/resource/technical/document/datasheet/CD00012201.pdf>) sau 1N5822 sau 1N5822.
40. Pentru problema de mai sus, determinați caracteristica de intrare-ieșire a diodei, așa cum rezultă din alegerea făcută pentru funcțiile de apartenență pentru U și I și comparați cu caracteristica reală, din catalog. Puteți aduce corecții? Cum?
41. Dați un exemplu de automat celular liniar cu 4 celule și vecinătate simetrică formată din 3 celule. Scrieți valoarea următoare a stării unei celule, alegând o funcție de tranziție a stării (orice funcție este permisă).
42. Considerați un automat celular cu trei celule, cu funcția de tranziție dată de operatorul XOR și cu vecinătate simetrică de trei celule. Alegeți condițiile de capăt 0-1 (0 la stânga). Considerați că inițial configurația este 010. Determinați configurația produsă la prima iterare.
43. Dați exemple de două aplicații ale CA. Dezvoltați una dintre ele, cu explicații.

44. Explicați ce este un CA 2D și dați un exemplu (poate fi similar cu CA „jocul vieții”). Pornind de la o configurație inițială dată, deduceți configurația CA la prima iterație.
 45. Explicați ce este un CA 1D heterogen și dați un exemplu simplu.
 46. Propuneți un sistem hibrid de tip rețea neuronală fuzzy: definiți conceptul, apoi dați un exemplu elementar și explicați concret structura și funcționarea unui asemenea sistem.
 47. Propuneți un sistem hibrid de tip CA fuzzy: definiți conceptul, apoi dați un exemplu elementar și explicați concret structura și funcționarea unui asemenea sistem.
 48. Comparați sumar rețelele neuronale cu CA planare (2D).
-



Referințe

HNL Teodorescu, A Kandel, LC Jain, Fuzzy and neuro-fuzzy systems in medicine. CRC Press, USA, 1998

W Rodriguez, HN Teodorescu, F Grigoras, A Kandel, H Bunke, A fuzzy information space approach to speech signal non-linear analysis. International Journal of Intelligent Systems 15 (4), 343-363

HN Teodorescu, Taylor and bi-local piecewise approximations with neuro-fuzzy systems. Studies in Informatics and Control 21 (4), 367-376

Teodorescu, HN, Zbancioc, M., Voroneanu, O., Sisteme bazate pe cunoștințe. Aplicații, Ed. Performantica, Iași, 2004, ISBN-973-730-014-9

Teodorescu, H.N., "Sisteme nuanțate (fuzzy) și soft-computing - Compendium", Editura Politehnicum, Iași 2007, pp. 128, ISBN 978-973-621-201-7

H.N.L. Teodorescu, On the Characteristic Functions of Fuzzy Systems, INT J COMPUT COMMUN (International Journal of Computers Communications & Control), ISSN 1841-9836, 8(3) pp. 469-476, June, 2013

HN Teodorescu, On Fuzzy Sequences, Fixed Points and Periodicity in Iterated Fuzzy Maps, International Journal of Computers Communications & Control, Vol. 6, nr 4, pp. 752-763 Dec 2011